Estudos e pesquisas científicas

VII

(Contribuições brasileiras à Matemática)

VIEIRA PINTO

Professor na Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil. Ex-professor de Filosofia dos Ciencias na Universidade do Distrito Federal.

PROSSEGUINDO na apresentação de algumas contribuições brasileiras modernas à Matemática, queremos, nesta pequena noticia, referir-nos aos trabalhos, que no dominio da Fisica Matemática, teem sido realizados pelo Prof. F. M. de Oliveira Castro. Não está longe da verdade dizer que a sua singular personalidade de pensador e de matemático é pouco conhecida, já não digamos do público, mesmo do público culto, mas ainda dos círculos competentes e, até certo ponto, especializados. E' que sua pessoa, menos que qualquer outra, se presta à evidencia da notoriedade, tão modesta e tão retirada é a sua vida de homem do espírito. No entanto, poucos são os que, como ele, se podem considerar como legítimos valores da cultura brasileira. Muito felizes nos sentiríamos se esta ligeira crônica pudesse chamar a atenção dos que, entre nós, cultivam as ciencias físicas e matemáticas e, de um modo geral, se interessam pelas coisas da cultura, para esse grande homem, cuja obra não se mede em extensão, mas em profundidade, e que, pelos trabalhos que está atualmente elaborando e brevemente publicará, fará a primeira contribuição brasileira original à filosofia da matemática.

Na antiga Universidade do Distrito Federal suas lições eram um modelo de clareza e de precisão. O curso de álgebra superior, que então ministrou, está cheio de contribuições proprias, de demonstrações originais e de observações que revelaram o trabalho pessoal fecundo do mestre para quem as aulas eram o motivo para oferecer à consideração de seus discípulos o resultado das suas profundas investigações. Sendo um físico especializado nos estudos de eletricidade, as tendencias de seu espírito, de ordem predominantemente matemático, o afastaram da atividade experimental, e o fizeram procurar o campo da física teórica.

Nesse sentido, é que queremos indicar um de seus trabalhos, apresentado à Academia Brasileira de Ciencias e publicado sob o título *Nota sobre uma equação integro-diferencial que interessa à eletrotécnica*. Na mesma época e sobre o mesmo assunto, publicava uma síntese final da questão na "Zeitschrift für Physik" *Zur Theorie der dielektrischen Nachwirkung*.

O problema em estudo teve origem em consequencia de pesquisas experimentais efetuadas por B. Gross e Plinio S. Rocha, sobre as propriedades físicas dos dielétricos reais, pelas quais chegaram estes autores a estabelecer a representação matemática do fenômeno mediante uma equação íntegro-diferencial, cuja solução rigorosa é justamente o objeto da comunicação do prof. Oliveira Castro.

Sabe-se que a descarga de um condensador com dielétrico anômalo não se processa exponencialmente, mas depende da duração da carga. Passados alguns momentos readquirem as armaduras uma nova carga e esse fenômeno se encontra na dependencia dos estados anteriores por que passou o condensador, assim como do tempo de carga. Os fenômenos desta especie são conhecidos com o nome de ações hereditarias, e constituem uma classe especial de efeitos físicos, encontrados em elétro-magnetismo, em elasticidade, etc.

A teoria formal das ações hereditarias dos dielétricos fôra estabelecida por Schweidler, tendo por base o chamado princípio de superposição. O fenômeno se expressa então pela equação íntegro-diferencial:

$$C \frac{dU}{dt} + \frac{U}{R} + \int_0^t \frac{dU}{d\tau} \varphi (t-\tau)\, d\tau + i_0 (t) = O$$

em que C é a capacidade do condensador, R a resistencia, φ (t) é a função hereditaria e i_0 (t) é a corrente anômala proveniente das variações de tensão por que passou anteriormente o condensador ao ser carregado.

A solução geral desta equação não tinha ainda sido obtida; Grosso, em seus belos trabalhos experimentais, conseguira chegar a soluções aproximadas, partindo de hipóteses simplificadoras, quer quanto à função hereditaria φ (t), quer quanto à função incógnita U (t). Os valores calculados por esse meio estão em boa concordancia com os dados de experiencia; entretanto, a falta de um criterio rigoroso para avaliar o limite de erro devido a esta aproximação, não permite decidir se as pequenas oscilações que às vezes se verificam entre os valores calculados e os observados, podem ser devidas a erros experimentais ou à inexatidão dos cálculos, arbitrariamente simplificados. Impunha-se, então, obter a solução exata dessa equação.

Partiu o autor do caso em que a função hereditaria se expressa pela função de Schweidler:

$$\varphi (t) = \beta\, t^{-\alpha}$$

que sempre se mostrou ser a que melhor representa a curva da corrente anômala, em um largo intervalo.

O método seguido pelo autor na execução desse trabalho consistiu em transformar a equação funcional acima em uma equação integral de Volterra, de 2.ª especie, mediante a troca da função incógnita, utilizando-se como nova incógnita $\frac{dU}{dt}$.

A integral geral dessa equação é encontrada e os nuclos iterados são calculados explicitamente. Por meio de uma simples quadratura atinge-se a solução final do problema, sob forma de uma serie infinita convergente em todo o dominio considerado.

Tendo assim chegado ao fim proposto, passou o prof. Oliveira Castro a considerar um caso particular, o do condensador anômalo perfeitamente isolado, que se obtem fazendo na expressão geral R tender para ∞. O resultado a que chegou é interessante, pois feita a transformação indicada, a equação geral se reduz a uma equação integral de Volterra, cujo nuclo resolvente conduz à função transcendente chamada função de Mittag-Leffer E_α (x).

O caso é curioso por se tratar de uma função de natureza exclusivamente teórica, que assume desta forma significação física, sendo, assim, mais um exemplo de expressões criadas pelo cálculo cujo sentido real é posteriormente descoberto.

No trabalho publicado na revista alemã de física, resume o autor os detalhes matemáticos excessivamente técnicos, procurando obter fórmulas aproximadas em casos simples, para facilitar o confronto dos valores teóricos com os dados experimentais sem necessidade de longo cálculo numérico. Estas fórmulas

B. Gross, as quais evidenciaram a sua perfeita concordancia com os resultados da experiencia.

Ainda do mesmo autor, queremos, de passagem, referir-nos a outra comunicação *Sobre a respresentação de funções analíticas por integrais de Fourier*. Nessa nota estabelece um teorema relativo à representação de uma função analítica regular num semi-plano por uma integral de Fourier, indicando as condições suficientes para que essa representação seja possivel. Ao mesmo são as mais convenientes para a verificação experimental da teoria. Posteriormente, foi a exatidão dessas fórmulas comprovada por novas medidas de tempo, obtem no campo complexo fórmulas de reciprocidade análoga às estabelecidas por Fourier no campo real.

Nessas poucas linhas procuramos dar indicações sobre os trabalho deste notavel matemático. Sabemos que seus estudos atuais, refererem-se à justificação teórica do cálculo simbólico de Heaveside. Dada a importancia desse assunto e a sua alta significação para a filosofia da matemática, devemos esperar com o maior interesse as suas próximas publicações.